

Lära och utvecklas tillsammans!

Studiematerial

Att sätta ord på sin matematik

Solveig Eriksson

Kompetensutveckling för sfi lärare
Lärarhögskolan i Stockholm
Myndigheten för skolutveckling
www.lhs.se/ruc/sfi

2005

Att sätta ord på sin matematik

Solveig Eriksson

Gemensamt för alla som studerar matematik i vuxen ålder är att man har med sig en mängd erfarenheter där bland annat matematik ingår. Hur mycket matematik man kan är kopplat till hur lång utbildning man har och hur mycket man har använt den matematik man en gång studerade. Den matematik man aldrig har använt sedan skoltiden har man glömt bort medan den som kommit till nytta i arbete och andra sammanhang finns kvar och kan till och med ha utvecklats. De aktuella kunskaperna motsvarar sällan det som ett gammalt betyg visar. Många av oss lärde oss upprepa formler och metoder utan att egentligen fundera över hur det hängde ihop. Vi lärde oss att komma ihåg det nödvändiga utan att egentligen förstå. I dessa fall blir det svårt att friska upp gamla kunskaper. Vi behöver lära oss på nytt och våra livserfarenheter underlättar förståelsen. Andra var inriktade på att förstå redan under skoltiden och behöver i allmänhet bara friska upp sina gamla kunskaper för att snabbt kunna gå vidare. Som invandrare i ett främmande land tillkommer en svårighet - språket. Att kunna formulera sina tankar på det nya språket är en nödvändighet för att kunna göra sig själv rättvisa.

Som lärare i matematik behöver man tackla tre stora utmaningar:

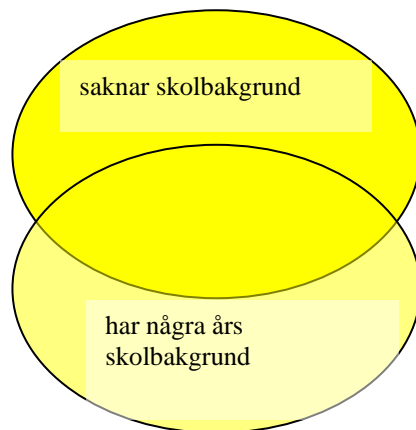
1. Att bidra till ett fungerande vardagsspråk så att matematiken kan tillämpas i det vardagliga livet såväl som inom olika yrkesområden.
2. Att utveckla den studerandes intresse för och kunskap i matematikens språk, uttrycksformer och begrepp
3. Att främja ett förhållningssätt som lyfter fram muntlig och skriftlig kommunikation genom att stimulera de studerande till att ta del av varandras kunskaper och idéer till lösningar samt att granska, värdera och undersöka olika utsagor och förfaranden.

Mitt mål med undervisningen är att skapa situationer där de studerande måste samtala och använda språket i naturliga situationer. För att så många som möjligt ska få tillfälle att tala, tänka och undersöka använder jag ofta pararbete och grupparbete om högst tre personer. Hur omfattande problemen är beror på hur gruppen ser ut och på deras bakgrundskunskaper i matematik.

De studerande inom sfi har det gemensamt att de just har börjat lära sig det nya landets språk. Det får inte vara för stora skillnader mellan de studerandes utbildningsbakgrund om samtalen ska bli just samtal där man tar del av varandras kunskaper. Om skillnaden blir för stor uppstår ett lärare - elevförhållande i gruppen där någon förklarar för de övriga hur det ligger till och då har ju det gemensamma funderandet och argumenterandet gått förlorat. Det är bekvämt med en lärare som talar om hur det är och många studerande efterfrågar detta eftersom det går fort och tid är en bristvara. Men jag har med åren blivit alltmer fundersam när de studerande smickrar mig med att "det är så lätt när du förklarar". Det de egentligen säger är väl "Det blir så jobbigt när man måste tänka så mycket själv". Så numera försöker jag förklara så lite som möjligt.

Här följer en grov indelning baserad på de studerandes utbildningsbakgrund med exempel på övningar som jag funnit har fungerat väl. Jag har valt att hålla indelningen flytande eftersom det är så många olika saker som påverkar inlärningsituationen.

Studerande som...



Den här gruppen kan inte läsa

eller skriva på svenska och kanske inte på sitt eget

språk heller, därför måste allt ske muntligt. Det betyder inte att de inte kan räkna. Ganska snart kan man också skriva siffror och tal. Många har visat prov på förhållandevis avancerad huvudräkning och för mig handlar det om att fånga upp hur de tänker och visa detta med siffror och operationstecken. Jag vill också att man ska kunna förstå tal representerade på olika sätt t ex. genom föremål eller sträckor. Det behövs mycket laborativt material: mätinstrument av olika slag, knappar eller brickor. Detta bör alltid finnas till hands eftersom de studerande behöver tillgripa olika saker för att klargöra och visa vad de vill säga då ett gemensamt språk saknas.

Exempel 1

Att åstadkomma vardagsnära situationer med pengar är oftast enkelt eftersom alla har erfarenheter av att handla. Med leksakspengar som hjälp kan man simulera situationer där de studerande får betala, ge tillbaka, växla osv. Men alla vet vi att det är svårt att få grepp om värdet på en valuta som man inte är så förtrogen med. Be de studerande ta med sig sedlar och mynt i sitt hemlands valuta. Då uppstår en äkta samtalssituation där den studerande är den som vet och får tala om hur många mynt som behövs för att ersätta en viss typ av sedel osv. och de som lyssnar får veta något som de kanske inte visste förut. För att alla ska få ut så mycket som möjligt i språkhänseende låter jag de studerande jämföra valutor i par samtidigt som jag går omkring i grupperna och stödjer med ord och uttryck på svenska för det som de vill säga. När alla har fått ord för att redovisa sin valuta gör alla en presentation för hela gruppen.

Laborationer och praktiska erfarenheter utgör en viktig grund för förståelse. Matematikämnet kan med fördel integreras med andra kunskapsområden (Skolverket, Matematikämnet)

Exempel 2

De studerande arbetar i grupper om högst 3.

Uppgiften är att placera fem krokarna i rad på en vägg. Det ska vara lika långt mellan krokarna och 1m från första till sista krok.

Alla grupper löser uppgiften på sitt eget vis. Min roll är att gå runt i grupperna och hjälpa till med ord och uttryck för vad de vill säga. Man märker att samma meningar, frågor och fraser kommer upp gång på gång.

Varför? Hur vet du det? Stämmer det? Det är för mycket. Det är för lite. Jag tar ett snöre. Jag tar min sjal. Jag tar en linjal. Hur mycket är en meter? Jag delar i fyra. Jag tar hälften. Jag viker sjalen. Jag tar 25 och 25 och 25 och 25. Prova med metern.....

När alla är klara och alla har tränat på att berätta hur de tänkte i grupperna gör vi en gemensam redovisning och lyssnar på allas förslag och metoder.

Det visar sig att vi oftast får alla olika räknesätt representerade.

Då de studerande berättar hur de tänker visar jag på tavlan hur det ser ut med siffror och operationstecken. Det ställer stora krav på läraren att fånga just det som den studerande tänker, för tankegångarna kan vara väldigt olika.

Här är ett axplock av de olika tankegångarna som kommit till uttryck:

$$\frac{100}{2} = 50 \quad \frac{50}{2} = 25 \quad 100 = 25 + 25 + 25 + 25$$

$$100 = 4 \cdot 25 \quad 50 + 50 = 100 \quad 50 = 25 + 25$$

$$100 - 50 = 50 \quad 50 - 25 = 25 \quad \frac{100}{4} + \frac{100}{4} = \frac{100}{2}$$

Jag har märkt att de studerande använder sig av de fyra räknesätten utan att känna till tecknen som används i de olika räknesätten.

Exempel 3

Så småningom kan vi gå vidare och de studerande beskriver en händelse till ett tecknat uttryck. Då kommer klossar och knappar eller byggbitar väl till pass. Samtidigt som de berättar med ord vad som händer visar de med materialet.

$$18 - 7 = 11$$

Exempel på olika typer av händelser:

Jag har 18 kr och köper en penna för 7 kr. Då blir det 11 kronor kvar.

Min penna är 7 cm och Aminas är 18 cm. Skillnaden är 11 cm.

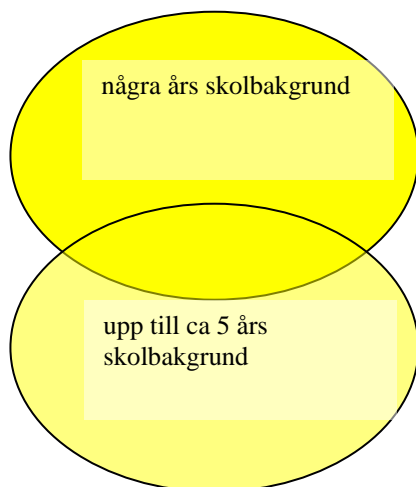
Aziz har 18 kulor och han tappar 7 på golvet. Då är det bara 11 kvar i lådan.

På dagen var det 18° och på kvällen var det 7°. Det har sjunkit 11°.

Språket är korrigerat av mig. Vi arbetar med nya ord genom att beskriva flera liknande situationer. Språkträningen tar sin tid och vi måste återkomma till jämförbara händelser gång på gång. Vi kan ta exemplet med pennorna som utgångspunkt och alla mäter sina pennor. Vi jämför längderna och sorterar i storleksordning och ibland kommer vi fram till meningar som "Aminas penna är längre än Habibas också för min är längre än Habibas". Det är viktigt att man tar fram det som verkligen sägs för både det talade språket och matematikens symbolspråk måste stämma med tanken.

Eftersom man inte kan utnyttja skriftspråket i den här gruppen så är det ofta den grupp som är mest krävande både resursmässigt och när det gäller krav på min förmåga att vara lyhörd och snabbt kunna sätta mig in i olika situationer. Det är därför nödvändigt att gruppen inte är för stor.

Studering som har...



Den här gruppen kan läsa och olika räknesätten. En del kom tillgodo med huvudräkning.

Man kan märka att de som kan dem använder sig av dem även vid huvudräkning. Några andra strategier har aldrig övats.

För att träna taluppfattningen arbetar vi i huvudsak med olika strategier för huvudräkning eller med miniräknare. Konkret material bör alltid finnas till hands.

skriva. De har lärt sig att ställa upp algoritmer för de aldrig till divisionsalgoritmen. De har därför fått hålla Många betraktar just algoritmerna som matematik.

Exempel 4

Med utgångspunkt i Gudrun Malmers material från *Kreativ Matematik*. (Samma typ av övningar kan föregående grupp också göra om man byter ut texten mot bilder istället.)

Lars är 12 år och dubbelt så gammal som Anna. Hur gammal är Anna?

Vi löser det som parövning och alla kommer omedelbart fram till svaret 24 år (vilket är fel). Min roll är som vanligt att hjälpa till med att sätta ord på tankarna samt att ifrågasätta deras resultat om det är fel. Ibland växer grupperna och det bildas 4-grupper där man försöker övertyga varandra om hur man ska tänka.

Ord som dubbelt signalerar att man ska multiplicera med 2. Men vad står det egentligen?

Vi samlar olika frågor och påståenden genom att formulera nya meningar med utgångspunkt i den givna uppgiften.

Vem är äldst? Vem är yngst? Är de syskon?

Vad vet vi säkert? Hur kan vi veta det? Vad är gissningar?

Hur kan man visa hur man har tänkt (räknat)?

Lars är äldst.

Anna är yngst.

Eftersom Anna är 6 år yngre än Lars så är Lars 6 år äldre än Anna.

Eftersom Lars är dubbelt så gammal så är Anna hälften så gammal.

Om Lars är bror till Anna så är Anna syster till Lars.

Den här typen av formuleringar (Om si.... så gäller så.....) blir nödvändig för att kunna föra logiska resonemang.

Ämnet skall också ge den studerande vidgade möjligheter att uppleva den tillfredsställelse som ligger i att kunna föra logiska resonemang, förstå och lösa problem (Skolverket, Syftet med matematikämnet)

Samtal med en kursdeltagare

L: Här har vi 350 kronor som du och jag ska dela på. Hur mycket får du då?

E: Jag ska ha 175 kronor. Jag är jättedålig på matte. Jag kan inte dela.

L: Men det var ju rätt. Hur tänkte du?

E: Jag tog det från huvudet. Jag kan bara det. Jag kan inte dela riktigt.

L: Hur tänkte du i huvudet då?

E: Jag delade tre hundralappar först på oss två och sen 50-lappen också. Det blir 150 och 25 till 175.

L: Det låter jättebra. Det är en perfekt huvudräkning. Jag skriver som du säger.

$$\frac{350}{2} = \frac{300}{2} + \frac{50}{2} = 150 + 25 = 175$$

E: Det där går fortare för mig och när det blir konstiga tal så tar jag miniräknaren.

De som kan använda algoritmerna gör det ofta i tid och otid på bekostnad av att söka vettiga huvudräkningsstrategier. För att träna detta kan man dela ut olika typer av huvudräkningsuppgifter, en tre–fyra stycken till smågrupperna. Låt de hitta så många varianter som möjligt på hur man kan räkna i huvudet. Ofta kommer prioriteringsreglerna med på köpet.

Ett annat exempel:

Uppgiften handlar om att ta reda på kostnaden för gruppens utgifter i samband med en fest.

50 st tallrikar 12,90 kr

50 st muggar 19,90 kr

50 st knivar 12,90 kr

50 st gafflar 12,90 kr

50 st skedar 12,90 kr

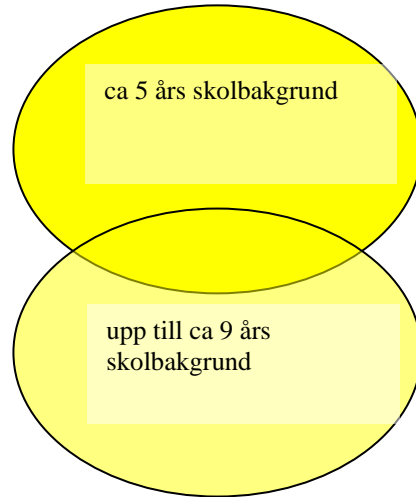
De som kunde ställa upp additionsalgoritmen gjorde det, men de som inte kunde det sa så här:

Jag tänker 13 kronor 4 gånger och sen 20 kronor till sen tar jag bort 5 stycken 10-öringar

$$13 \cdot 4 + 20 - 0,50 = 52 + 20 - 0,50 = 72 - 0,50 = 71,50$$

Genom den här lösningen hade de använt sig av avrundning också. De kom också snabbare fram till sitt resultat.

Studerande med...



Många i den här gruppen ser inte skolmatematiken. Att kunna algoritmerna för de fyra lärarens exempel och att komma ihåg det tills ett liknande problem dyker upp. Läroböckerna har ofta varit uppbyggda så att alla textuppgifter har mynnat ut i multiplikation om de har föregåtts av övningar på multiplikationsalgoritmen. Vad är då vitsen med att ens sätta sig in i problemet?

kopplingen mellan matematiken i vardagen och matematik är för dem att minnas och då framförallt räknesätten. Att lösa ett problem är att härma

Att lösa ett problem är att härma lärarens exempel och att komma ihåg det tills ett liknande problem dyker upp. Läroböckerna har ofta varit uppbyggda så att alla textuppgifter har mynnat ut i multiplikation om de har föregåtts av övningar på multiplikationsalgoritmen. Vad är då vitsen med att ens sätta sig in i problemet?

Den studerande skall få en tilltro till sitt matematiska tänkande och muntligt och skriftligt kunna förklara och argumentera för det. (Skolverket, Syftet med ämnet)

Exempel 5

Kalle och Elsa arbetar på samma arbetsplats. Kalle har 14 km till jobbet och Elsa har 13 km. Hur långt ifrån varandra bor de?

Läraren går runt i gruppen och stödjer språket. Även en felaktig tanke måste få ord. Låt grupperna hålla på så länge att de kan skilja gissningar från det man med säkerhet kan veta.

Be gruppen att redogöra för de olika möjligheterna. Uppmana till att rita och visa. Ta med väderstrecken och fundera över riktning. Hur kan trakten se ut där de bor? Kan man dra några slutsatser?

Exempel 6

Gruppen (3 personer) får 6 kort med olika ledtrådar. Alla ledtrådar ska leda fram till ett gemensamt tal.

Differensen mellan siffrorna i talet är fyra

Talet är delbart med fem

Siffersumman i talet är fjorton

Om man adderar 1 till talet får man ett tal som är delbart med åtta

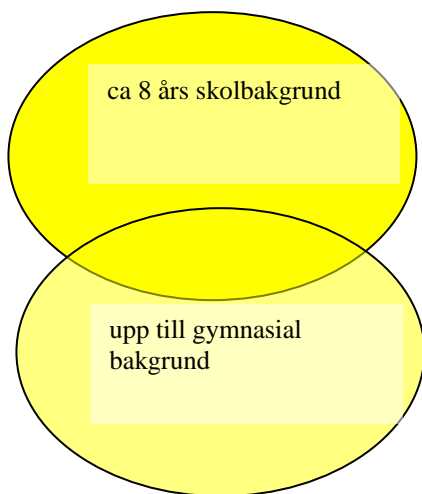
Om man multiplicerar siffrorna i talet får man ett udda tal

Om man subtraherar fem från talet får man ett tal som är delbart med tio

I den här övningen blir varje deltagare tvungen att använda både ett matematiskt språk och vardagsspråket. Alla räknesätt är inblandade. Få tänker på att de ska använda algoritmer. Oftast går det bra med huvudräkning. Ibland används miniräknaren. Efter att ha arbetat med ett antal sådana här kort är det dags att konstruera egna. Just de här talkorten har också konstruerats av en grupp. Det ger ytterligare språkträning. Skulle man kunna ta fram talet utan att använda alla kort? Finns det flera tal som passar?

Idén är hämtad från *Gemensam problemlösning del 1 och 2* av Tim Erickson, (Almqvist&Wiksell). Där finns ett stort antal övningar som lämpar sig väl för samtal och diskussioner i smågrupp. Övningarna är av varierande svårighetsgrad och lämpar sig väl även för studerande på gymnasienivå.

Studerande med...

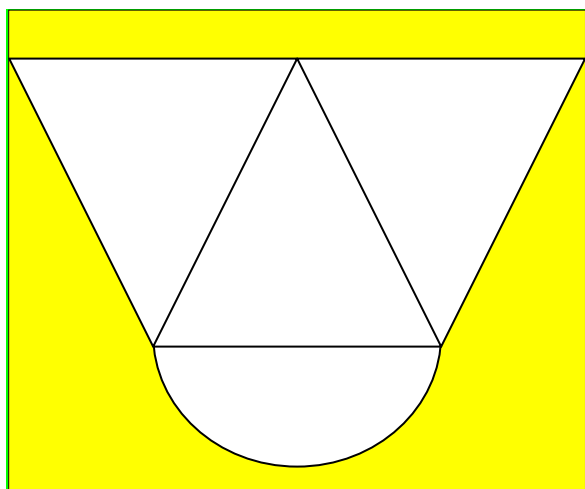


Den här gruppen har i allmänhet enkelt överföra dem till svenska.

och motivera sina slutsatser på svenska. Man kan också märka en viss ovana vid öppna uppgifter och uppgifter som har en undersökande karaktär. Många är vana vid algebra och löser lätt olika typer av ekvationer, medan det är betydligt svårare att tolka algebraiska uttryck. Ett geometriskt problem löser man ofta hellre med hjälp av formelsamling och algebra än att rita upp figurerna.

begreppen på sitt eget språk och kan därför ganska Svårigheten ligger i att förklara alla tillvägagångssätt

Exempel 7



Arbeta parvis. Var och en ritar en bild som består av flera geometriska figurer. Paret förbereder sig genom att samla passande ord och villkor och övar på hur bilden kan beskrivas.

Man skriver ner de fraser och meningar som man kan ha nytta av i sin beskrivning. Därefter byter man samtalspartner och beskriver sin bild för en tredje person som ska rita samma bild utan att se förlagan. Jämför bilderna. Målet är att bilderna ska bli så lika som möjligt. Vad fungerade bra och vad behöver förbättras?

Exempel 8

I) Anna har tre gånger så många kulor som Bert. Cesar har tre gånger fler kulor än Bert. Dick har tre kulor fler än Bert. Dina har fyra kulor färre än Cesar som har lika många kulor som Eva så när som på en kula.

Skriv ett antagande och formulera algebraiska uttryck
Byt antagande och formulera nya algebraiska uttryck.

Detta innebär att man måste vända och vrida på texten för att komma åt innehållet. Som lärare bör man fundera över detta! Vad menar man när man säger att någon har tre gånger mindre än någon annan? Kan man säga att någon är tio gånger yngre än någon annan?

II) Antag att Adam har x st kulor
Bea har $2x$ st kulor
Cissi har $(x-5)$ st kulor
Dick har $(2x+4)$ st kulor
Erik har $(3x-1)$ st kulor

Beskriv med vanliga ord hur många kulor de olika personerna har genom att jämföra personerna sinsemellan. Skriv så många påståenden som möjligt. Använd uttryck som *fler än*, *färre än*, *dubbelt så många som*, *hälften så många som*, *tre gånger så många som*, *så när som på*. Finns det något värde på x som inte fungerar? Hur många kulor har Adam om Dick och Erik har lika många? Hitta egna frågeställningar.

Öva på att formulera slutsatser. Vartefter som språket utvecklas kan det bli aktuellt med större uppgifter med mera text. Rita in olika funktioner i ett koordinatsystem, exempelvis olika typer av lönesättning i ett företag. Tolka graferna och förklara sambanden. Diskutera fördelar och nackdelar med olika modeller i praktiken.

Många bra uppgifter finns i gamla ämnesprov för grundskolan och Nationella prov för gymnasiet där särskilt breddningsdelarna ger mycket språkträning och stimulerar samarbete.

Avslutning

Jag har försökt att ge exempel på uppgifter som kan användas då de studerande befinner sig i början av sina språkstudier. Min tanke är att man ska få arbeta med matematiska övningar som motsvarar de kunskaper man har med sig från hemlandet. Samtidigt är förhoppningen att språkutvecklingen ska dra nytta av matematikkunskaperna och tvärtom. Varken språkutveckling eller matematiskt tänkande pågår som isolerade företeelser. Uppgifterna bör stimulera till diskussion och samtal mellan de studerande. Det är inte meningen att lösningen ska vara självklar bara genom att man tittar på uppgiften. Då bör man få mer att bita i. Samtidigt vill jag att man ska stanna upp och fundera över vilka ord och fraser man behöver för att kunna uttrycka det man vill säga.

Jag har mest uppehållit mig vid lågutbildade eftersom det ofta handlar om att skapa förståelse för begrepp som man kanske saknar på sitt eget språk. I den bästa av världar får man kanske begrepp och förklaringar på det egna språket också. Olikheterna de studerande emellan gör att någon kanske kan bidra med modersmålets ord och termer, men alla har inte gemensamt språk med någon annan kursdeltagare.

Genom att diskutera med och ta hjälp av andra kursdeltagare blir man också mer ifrågasättande. Om en lärare förklarar ett samband så köper de studerande ofta den förklaringen. Läraren bör ju veta. Men när kursdeltagarna förklarar för varandra kommer genast frågor som *Hur vet du det? Varför blir det så? Är det alltid på det sättet?* Då ger de uttryck för det kritiska förhållningssätt som vi så gärna vill se.

Solveig Eriksson

Lärare i matematik och svenska som andraspråk